

RÉDIGER LES QUATRE PARTIES SUR DES COPIES DISTINCTES

1 Chimie

Des matières plastiques (PVC) aux produits phytosanitaires, des solvants (dichlorométhane CH_2Cl_2 , chloroforme $CHCl_3$) à l'eau de Javel, les halogènes entrent dans la composition de nombreuses espèces chimiques. Ils apparaissent dans des corps simples sous forme d'ions halogénure (ions chlorure Cl^- dans le sel de table, ions fluorure F^- dans le dentifrice) ou de dihalogènes.

1. QUELQUES ASPECTS DE LA CHIMIE DES HALOGENES

Le brome Br est situé dans la 4^{ème} période de la classification périodique des éléments, dans la 17^{ème} colonne, au-dessous du chlore Cl et au-dessus de l'iode I .

1. Ecrire la configuration électronique fondamentale de l'iode et identifier ses électrons de valence.
2. A partir de la position des halogènes dans la classification périodique des éléments, classer les dihalogènes Cl_2 , Br_2 et I_2 par ordre de pouvoir oxydant croissant.
3. A l'aide du tableau ci-dessous, élaborer un protocole permettant de montrer qualitativement l'évolution du caractère oxydant des dihalogènes.

	$Cl_{2(aq)}$	$Br_{2(aq)}$	$I_{2(aq)}$ (sous forme d'ions $I_{3(aq)}^-$ en présence d'ions iodure $I_{(aq)}^-$)
Couleur	Jaune pâle	Orange	Brun
	$(K^+ + Cl^-)_{(aq)}$	$(K^+ + Br^-)_{(aq)}$	$(K^+ + I^-)_{(aq)}$
Couleur	Incolore	Incolore	Incolore

4. Proposer un schéma de Lewis pour chacune des espèces chimiques suivantes :
 - dichlore Cl_2 ;
 - Acide hypochloreux $ClOH$;
 - Ion triiodure I_3^- .
5. Interpréter ces propriétés physiques par l'analyse des forces intermoléculaires.

Donnée : Numéro atomique de l'oxygène $O : Z = 8$

A 298 K, le dichlore est un gaz, le dibrome est un liquide et le diiode est un solide.

2. SUIVI CINETIQUE DE LA DECOLORATION DE L'ÉRYTHROSINE B

L'érythrosine B (E127) est un colorant azoïque apparenté à l'éosine et utilisé pour colorer les aliments ou pour teinter les préparations microscopiques et les médicaments.

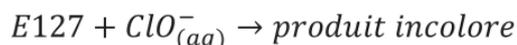
L'ensemble des manipulations est réalisé à 298 K.

On prépare dans quatre béchers les solutions suivantes :

Solution n°	①	②	③	④
Solution d'hypochlorite de sodium commerciale	3,0 mL	6,0 mL	9,0 mL	12,0 mL
Eau distillée	17,0 mL	14,0 mL	11,0 mL	8,0 mL

La concentration de la solution d'hypochlorite de sodium commerciale est $C_0 = 0,80 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

A chacune des quatre solutions précédentes, on ajoute à un instant pris comme origine des temps 10,0 mL d'une solution aqueuse d'érythrosine B (E127) de concentration $8,4 \cdot 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (la concentration initiale en érythrosine B après mélange vaut donc $[E127]_0 = 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$). On suit alors l'évolution temporelle de l'absorbance à 530 nm, longueur d'onde pour laquelle on considère que seul le colorant azoïque absorbe. La décoloration est due à la réaction supposée totale d'équation :



Connaissant le coefficient d'absorption molaire ε de l'érythrosine B à cette longueur d'onde ($\varepsilon = 8,2 \cdot 10^4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$), on détermine l'évolution temporelle de la concentration en érythrosine B. On suppose que la loi de vitesse s'écrit sous la forme : $v = k[E127]^\alpha [ClO^-]^\beta$.

- En comparant les concentrations initiales de réactifs, proposer une expression simplifiée de la loi de vitesse. On note k_{app} la constante de vitesse apparente.
- Dans l'hypothèse où α est égal à 1, écrire l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la concentration en érythrosine B et donner sa solution.
- Dans l'hypothèse où α est égal à 2, écrire l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la concentration en érythrosine B et donner sa solution.
- A partir des deux courbes, présentées en ANNEXE 1, obtenues à partir de la solution (1), déterminer la valeur probable de α . En déduire la valeur de la constante de vitesse apparente $k_{app}^{(1)}$ à 298 K, en précisant l'unité choisie.

On exploite de même les résultats des manipulations (1), (2), (3) et (4).

Solution	①	②	③	④
$[ClO^-]_0 \text{ (mol} \cdot \text{L}^{-1}\text{)}$	0,0800	0,160	0,240	0,320
$k_{app} \text{ (unité S.I.)}$?	$4,40 \cdot 10^{-3}$	$6,60 \cdot 10^{-3}$	$8,80 \cdot 10^{-3}$

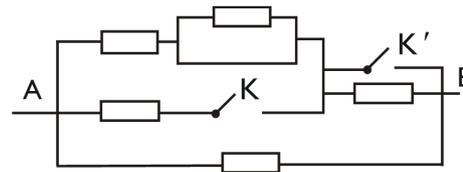
Pour une manipulation analogue correspondant à une concentration initiale en ions hypochlorite $[ClO^-]$ égale à $1,00 \cdot 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, la constante de vitesse apparente k_{app} serait égale à $2,75 \cdot 10^{-3}$ unités SI.

- Déterminer la valeur de l'ordre partiel β et la valeur de la constante de vitesse k à 298 K, en précisant l'unité choisie.

2 Électricité

Association de résistors

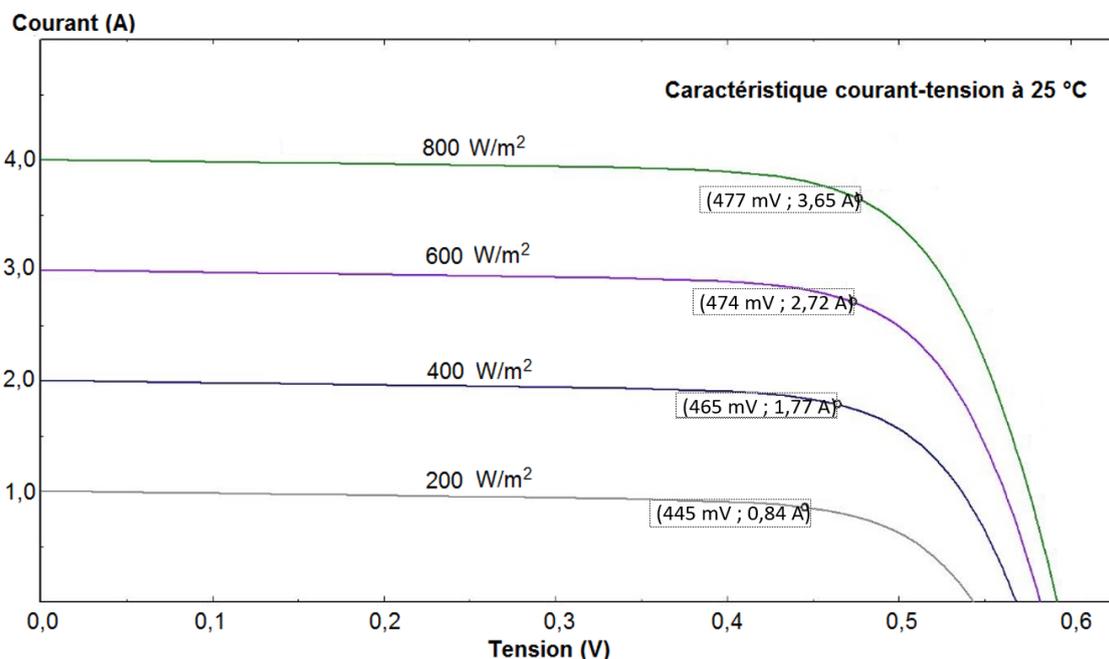
1. Les rectangles figurant des résistances toutes égales à R , déterminer R_{AB} dans les deux cas suivants : interrupteurs tous les deux ouverts, interrupteurs tous les deux fermés.



Cellule photovoltaïque

Les panneaux solaires sont constitués de cellules photovoltaïques, composants à base de semi-conducteurs, qui délivrent une tension continue lorsqu'ils sont exposés à la lumière.

Le réseau de courbes ci-dessous donne la caractéristique courant-tension d'une cellule de surface $12,5 \text{ cm} \times 12,5 \text{ cm}$, pour différents éclairagements incidents ; l'éclairément est la puissance lumineuse par unité de surface.



2. Pour un éclairément donné, peut-on, dans certains domaines à préciser si c'est le cas, modéliser approximativement la cellule par une source de courant ? Par une source de tension ? Comment peut-on appeler la valeur de l'intersection d'une quelconque des courbes avec l'axe des abscisses ? Avec l'axe des ordonnées ?
3. Pour un éclairément de 600 W m^{-2} , une étude précise des valeurs relevées montre que pour une tension inférieure à environ $0,3 \text{ V}$, l'intensité varie linéairement, avec une pente d'environ $-0,2 \text{ A/V}$; en déduire les caractéristiques d'un générateur de Thévenin équivalent à la cellule dans ce domaine de fonctionnement.
4. Calculer le rendement maximal de la cellule ; comment dépend-il de l'éclairément ?

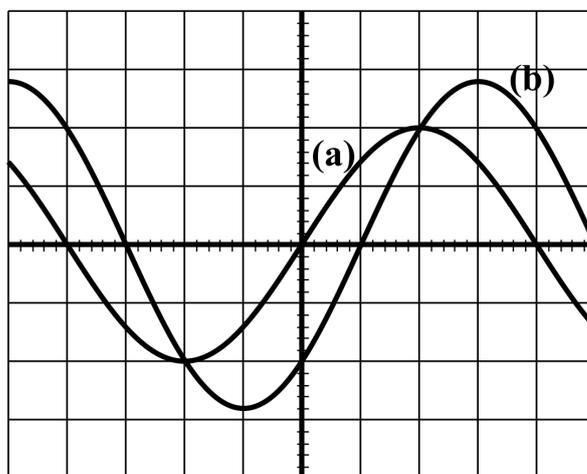
Caractéristiques d'une bobine

On réalise un circuit avec un générateur de tension sinusoïdale de résistance interne $r_1 = 50 \Omega$, alimentant en série un résistor ($r_2 = 20 \Omega$) et une bobine de résistance r et d'auto-inductance L inconnues. NB : on prendra $\sqrt{2} = 1,4$.

5. Schématiser le montage, ainsi que les branchements d'un oscilloscope bicourbe permettant de visualiser la tension entre les bornes A et B du générateur d'une part, et la tension aux bornes de r_2 d'autre part. On identifiera clairement les bornes (noire/rouge) du générateur et celles de l'oscilloscope.
6. Alimenté avec une fréquence réglable, ce circuit peut-il présenter un phénomène de résonance d'intensité? Si oui, préciser quand elle se produit; si non, préciser le sens d'évolution de l'amplitude de l'intensité avec la fréquence d'alimentation.

7. On obtient les courbes représentées, avec en voie (a) 5 V/division et en voie (b) 0,5 V/division; en abscisse : 2,5 ms/division.

- Identifier (en justifiant) les deux tensions affichées.
- Laquelle est en retard sur l'autre? Commenter.
- Donner les fonctions les plus simples possibles représentant ces courbes; calculer les valeurs de fréquence f , d'amplitude, et de déphasage entre les deux.

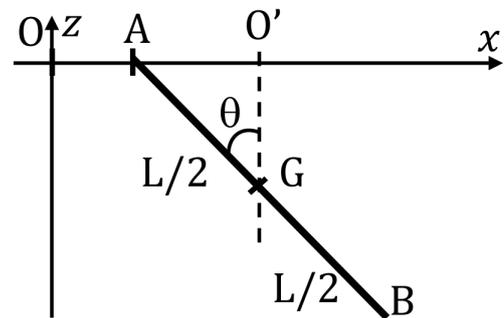


8. Exprimer le rapport des amplitudes complexes $\underline{u}_a/\underline{u}_b$; que peut-on dire de la partie réelle et de la partie imaginaire? Exprimer les caractéristiques r et L de la bobine en fonction de r_2 et de la fréquence f , puis faire les applications numériques.

3 Mécanique

Un pendule est suspendu à un point A de Ox, axe horizontal en référentiel terrestre galiléen. On négligera tout frottement, et la variable d'étude sera l'angle θ du pendule avec la verticale.

1. Ici A est libre de se déplacer sur Ox et le pendule est une barre homogène (m, L) de centre d'inertie G, écartée de la verticale et lâchée. Exprimer l'accélération cartésienne de G, et en déduire que ce point reste sur la verticale lors des oscillations.
2. Exprimer les coordonnées de l'extrémité B dans le repère $O'xz$, et en déduire la nature de la trajectoire de B.



Dans la suite on étudie un *pendule simple* constitué d'une masse ponctuelle m accrochée à l'extrémité M d'une tige rigide de longueur L , de masse négligeable, dont l'autre extrémité est notée A, mobile sur Ox, axe horizontal fixe en référentiel terrestre galiléen.

3. Schématiser le système et exprimer l'énergie potentielle de pesanteur en fonction de l'angle θ , en fixant l'énergie nulle pour $\theta = 0$.
4. Le point A est ici fixe; établir l'équation différentielle régissant $\theta(t)$, par une méthode énergétique; dans quelle mesure cette équation reste-t-elle valable, ou pas, si A est en mouvement?
5. Dans la suite on a $x_A(t) = a \sin(\omega t)$; établir l'E.D. en $\theta(t)$ par une méthode dynamique.
6. Dans l'approximation des petits angles, exprimer l'amplitude θ_m des oscillations en régime sinusoïdal forcé. Commenter.
7. On souhaite que le pendule effectue en régime forcé des oscillations d'amplitude $\theta_m \leq 10^\circ$. Déterminer, en fonction de la fréquence propre f_0 , le domaine de fréquence d'excitation à éviter pour respecter cette condition; A.N. : $a = 1 \text{ cm}$, $L = 20 \text{ cm}$, $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$.
8. Que peut-on dire du travail des forces agissant sur m dans le cas d'un mouvement quelconque de A sur Ox?

4 Optique

A.1. Le microscope classique

Le microscope est modélisé sur la figure 6, par un système de deux lentilles minces convergentes, l'une constituant l'objectif (lentille L_1 de centre O_1 et de distance focale image $f'_1 = 5 \text{ mm}$), et l'autre constituant l'oculaire (lentille L_2 de centre O_2 et de distance focale image $f'_2 = 15 \text{ mm}$).

On fixe $\overline{O_1O_2} = D_0 = 120 \text{ mm}$. On choisit le sens positif dans le sens de propagation de la lumière.

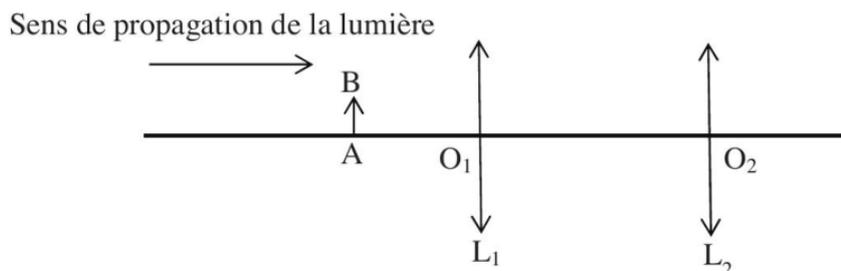


Figure 6 : Schéma du microscope optique classique

On rappelle la relation de conjugaison d'une lentille et l'expression du grandissement γ :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \text{ et } \gamma = \frac{OA'}{OA}$$

1. Les relations précédentes sont valables à condition que les rayons lumineux satisfassent les conditions de Gauss. Donner ces deux conditions.
2. Si F'_1 est le foyer image de L_1 et F_2 le foyer objet de L_2 , on définit l'intervalle optique par la grandeur algébrique $\Delta = \overline{F'_1F_2}$. Exprimer Δ en fonction de f'_1 , f'_2 , D_0 , puis calculer sa valeur.

Un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est éclairé et placé à une distance d de L_1 , à sa gauche, de façon à ce que l'image $A'B'$ donnée par l'objectif, appelée image intermédiaire, se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. L'observation se fait à l'œil placé au contact de l'oculaire.

3. Exprimer d en fonction de f'_1 et Δ , puis calculer sa valeur.
4. Exprimer le grandissement γ_1 induit par l'objectif en fonction de f'_1 et Δ , puis calculer sa valeur.
5. Quel est l'intérêt pour l'observateur de cette position de l'objet ?
6. Faire une construction géométrique faisant apparaître l'objet, l'image intermédiaire, ainsi que l'angle α' sous lequel est observée l'image finale à travers le microscope.

Le grossissement commercial du microscope est défini par $G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right|$ où α est l'angle sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu placé à une distance $D = 250 \text{ mm}$. L'objet étant de très petite taille, ces deux angles seront bien sûr très faibles.

7. Exprimer G en fonction de Δ , D , f'_1 et f'_2 , puis calculer sa valeur.

On utilise ce microscope pour mesurer l'épaisseur e d'une mince lame de verre à faces parallèles, d'indice $n = 1,5$. On colle une petite pastille bleue (B) sur la face gauche de la lame et une petite pastille rouge (R) sur sa face droite.

On positionne d'abord la lunette (ensemble objectif + oculaire) du microscope de façon à faire la mise au point sur la pastille rouge (Figure 7, Position 1). Puis, grâce à une vis micrométrique, on translate la lunette d'une distance ε , de façon à faire la mise au point sur l'image de la pastille bleue (Figure 7, Position 2) :

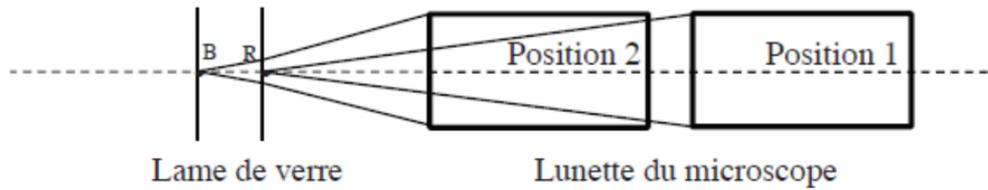


Figure 7 : Mesure de l'épaisseur d'une lame

La figure 8 ci-dessous montre la position 2 de la vis micrométrique, la position 1 correspondant à la graduation 40 de la partie mobile.

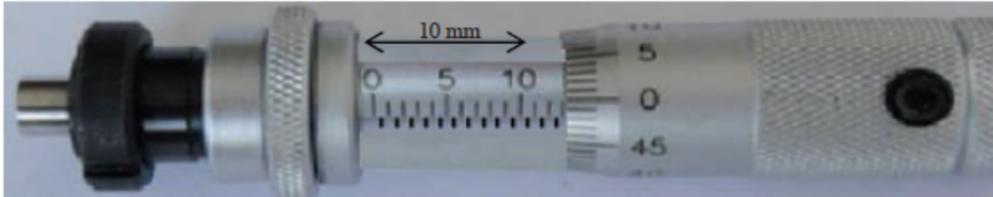


Figure 8 : Mesure de l'épaisseur d'une lame

8. Déterminer la valeur mesurée de ε en mm , avec une estimation de l'incertitude de mesure.
9. En tenant compte du phénomène de réfraction et en considérant les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe optique, exprimer e en fonction de n et ε , puis calculer sa valeur.

A.2. Le microscope confocal

On envisage ici une amélioration du microscope classique. La microscopie confocale a été initiée par Marvin Minsky en 1957 et mise en application 30 ans plus tard.

Le microscope confocal peut être utilisé pour réaliser une image d'un échantillon marqué par des fluorophores ; ces molécules ont la propriété d'absorber la lumière dans un certain domaine spectral et de la réémettre dans un domaine différent.

Par exemple, l'isothiocyanate de fluorescéine (FITC) possède les profils spectraux de la figure 9. L'échantillon est éclairé par une lampe à vapeur de mercure dont le profil spectral est donné sur la figure 10 :

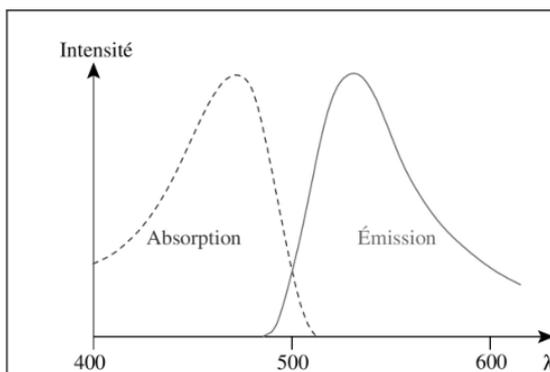


Figure 9 : Profils spectraux du FITC

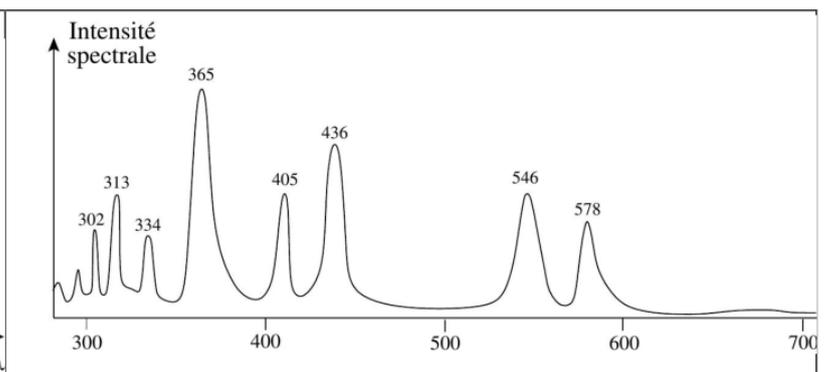


Figure 10 : Profil spectral d'une lampe au mercure

10. Préciser les deux domaines d'émission électromagnétique de la lampe.
11. On place un filtre devant le détecteur. On propose ci-contre (Figure 11) deux profils spectraux de transmission pour ce filtre, appelé filtre barrière. Lequel semble le plus adapté ?

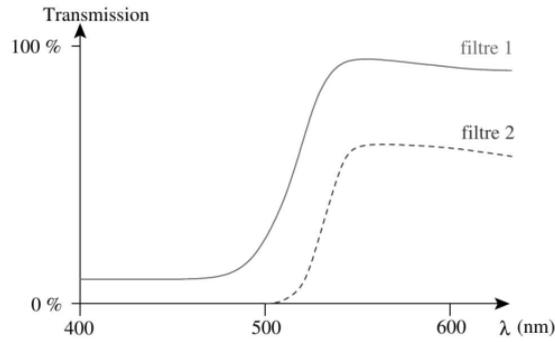


Figure 11 : Profils spectraux de deux filtres

12. On place également un filtre devant la lampe spectrale. Proposer un profil pour ce filtre, appelé filtre d'excitation.
13. En microscopie confocale, on peut utiliser également un LASER comme source d'excitation. Citer une différence entre ce rayonnement et celui d'une lampe spectrale.

Un faisceau LASER émet, dans le vide, une onde électromagnétique dont le champ électrique associé s'écrit, dans un repère cartésien orthonormé direct :

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x$$

où E_0 , ω et k sont des constantes positives.

14. Préciser la direction et le sens de propagation de cette onde progressive. S'agit-il d'une onde longitudinale ou transverse ?
15. La longueur d'onde dans le vide étant $\lambda = 628 \text{ nm}$, déterminer les valeurs de ω et k .
16. Quel phénomène limite généralement la résolution d'un instrument d'optique, et en particulier celle du microscope ?

Correction électricité

1. Association de résistors :

- K et K' ouverts : $R_{AB} = ((R + 0) // (R + \infty) + (R // \infty)) // R$ soit $R_{AB} = 2R/3$.
- K et K' fermés : $R_{AB} = ((R + 0) // (R) + (R // 0)) // R$ soit $R_{AB} = R/3$.

2. Source de courant : intensité indépendante de la tension; c'est presque le cas pour les faibles tensions, jusqu'à 0,3 V environ.

Source de tension : tension indépendante de l'intensité, ce n'est jamais le cas.

Point de la courbe sur l'axe des tensions : intensité nulle, c'est donc la tension à vide.

Point sur l'axe des intensités : tension nulle, c'est donc l'intensité de court-circuit.

3. L'équation linéarisée est $i(u) = 3,0 - 0,2 u = I_{CC} - u/R_{Th}$ pour un modèle de Thévenin, d'où $R_{Th} \approx 5 \Omega$ et la force électromotrice $E_{Th} = R_{Th} I_{CC} \approx 15 V$.

4. Le rendement est :

$$\eta = \frac{P_{elec}}{P_{lum}} = \frac{u i}{P_{surfacique} S} \quad \text{avec } S = (0,125 \text{ m})^2$$

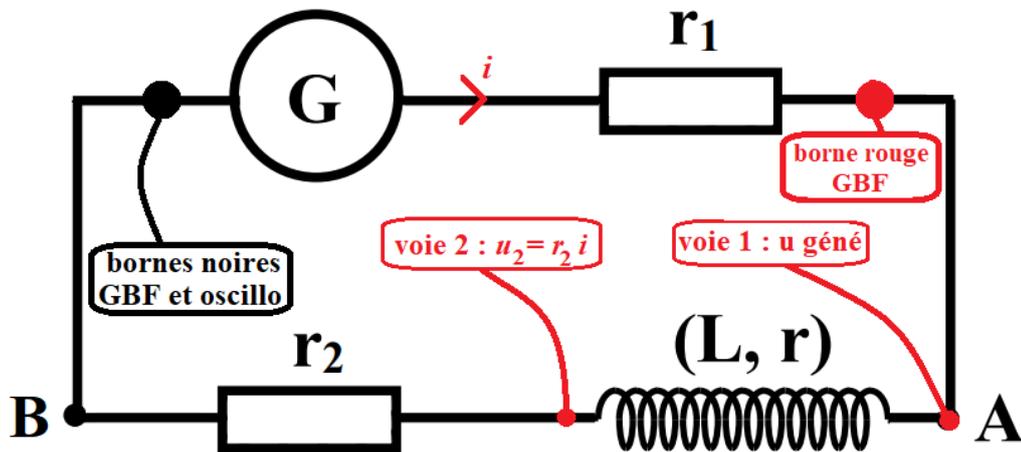
Les valeurs au point de puissance maximale sont :

12% pour 200 W m^{-2} , 13% pour 400 W m^{-2} , 14% pour 600 W m^{-2} et pour 800 W m^{-2} .

Le rendement augmente donc faiblement avec la puissance reçue.

Rq : ce faible taux de conversion incite à récupérer l'énergie perdue sous forme thermique, voir : https://fr.wikipedia.org/wiki/Panneau_photovolta%C3%AFque_thermique.

5. Branchements permettant de visualiser la tension délivrée par le générateur et l'intensité dans le circuit (par la tension $r_2 i$), tout en évitant le court-circuit par les prises de terre :



6. Pour qu'il y ait résonance il faut des oscillations par échange d'énergie entre L et C; ce n'est pas possible avec une inductance seule ou une capacité seule.

En très basses fréquences, l'inductance est "transparente", elle se comporte pratiquement comme un fil; plus la fréquence augmente, plus l'inductance s'oppose au passage du courant (son impédance augmente) et plus l'intensité diminue.

7. Compte tenu de la division de tension qui s'opère, et de l'absence de résonance, on a toujours $U(r_2) < U_{AB}$; comme $U_a = 10 V > U_b = 2,8 V$, c'est que $u_a = u_{AB}$ et $u_b = u_{r_2}$.

La tension en retard est celle qui passe après l'autre par son maximum, dans la limite d'une demi-période : la tension $u_b(t)$ est en retard sur $u_a(t)$, ce qui signifie que l'intensité est en retard sur la tension, ce qui est caractéristique de l'effet inductif.

Avec les tensions en volts et le temps en secondes :

- la période vaut 20 ms donc la fréquence commune (imposée par le GBF) est $f = 50 \text{ Hz}$;
- le déphasage correspond à un décalage temporel de $T/8$, soit un angle de $\pi/4 \text{ rad}$;
- on a donc : $u_a(t) = 10 \sin(100\pi t)$ et $u_b(t) = 2,8 \sin(100\pi t - \pi/4)$.

8. En éliminant l'intensité, ou par division de tension :

$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_b} = \frac{r_2 + (r + jL\omega)}{r_2} = 1 + \frac{r}{r_2} + j \frac{L\omega}{r_2}$$

Comme $u_a(t)$ est en avance de $\pi/4$ sur $u_b(t)$, alors $\arg\left(\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_b}\right) = \pi/4$ et donc $\frac{L\omega}{r_2} = 1 + \frac{r}{r_2}$.
Cela facilite l'utilisation du rapport des amplitudes :

$$\frac{U_a}{U_b} = \sqrt{\left(1 + \frac{r}{r_2}\right)^2 + \left(\frac{L\omega}{r_2}\right)^2} = \sqrt{2 \left(1 + \frac{r}{r_2}\right)^2} = \sqrt{2} \left(1 + \frac{r}{r_2}\right)$$

Avec $\frac{U_a}{U_b} = \frac{10}{2\sqrt{2}}$, on calcule $r = \frac{3}{2}r_2 = 30 \Omega$ puis $L = \frac{5r_2}{4\pi f} \approx 160 \text{ mH}$.

Correction mécanique

1. TCI (ou TCM ou TRC) : $\vec{a}_G = \vec{F}_{ext} = m\vec{g} + \vec{R}$.

La réaction étant normale en l'absence de frottement, on a $\ddot{x}_G = 0$, donc $\dot{x}_G = c^{te} = 0$, cqfd.

2. Dans $O'xz$, on a : $x_B = \frac{L}{2} \sin \theta$ et $x_B = -L \cos \theta$.

On obtient aisément l'équation d'une ellipse : $\left(\frac{x_B}{L/2}\right)^2 + \left(\frac{z_B}{L}\right)^2 = 1$.

Le point B décrit un arc de cette ellipse d'axe vertical passant par G (pendule elliptique).

3. $E_p = mgz + c^{te}$ avec $z = -L \cos \theta$, d'où $E_p = mgL(1 - \cos \theta)$ avec la référence imposée.

4. Forces : poids et "tension" \vec{T} au point de fixation ; le poids est conservatif, et \vec{T} étant perpendiculaire au mouvement ne travaille pas, donc le TPM s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m (L\dot{\theta})^2 - mgL \cos \theta + c^{te} \right) = 0 \quad \text{d'où : } \boxed{\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0 \text{ avec } \omega_0^2 = \sqrt{g/L}}.$$

Cette équation reste la même si le référentiel où A est fixe est galiléen, donc si A est en MRU.

5. Utilisons la loi de la qdm en référentiel terrestre, en détaillant l'accélération :

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2} = \frac{d^2 \vec{OA}}{dt^2} + \frac{d^2 \vec{AB}}{dt^2} = -a \omega^2 \sin(\omega t) \hat{u}_x + (-L\dot{\theta}^2 \hat{u}_r + L\ddot{\theta} \hat{u}_\theta)$$

Poursuivons le calcul en coordonnées polaires de pôle A, avec $\hat{u}_x = \sin \theta \hat{u}_r + \cos \theta \hat{u}_\theta$; la projection orthoradiale donne l'E.D. cherchée :

$$m \left(-a \omega^2 \sin(\omega t) \cos \theta + L\ddot{\theta} \right) = -mg \sin \theta$$

$$\text{soit : } \boxed{\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = \frac{a}{L} \omega^2 \sin(\omega t) \cos \theta \text{ avec } \omega_0^2 = \sqrt{g/L}}$$

6. Dans le domaine des "petits angles", l'E.D. devient : $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = \frac{a}{L} \omega^2 \sin(\omega t)$.

En passant en notation complexe, on obtient l'amplitude de la réponse :

$$\theta_m = \frac{a}{L} \frac{\omega^2}{|\omega_0^2 - \omega^2|} = \frac{a}{L} \frac{1}{\left| \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - 1 \right|}$$

On constate une résonance (infinie car aucun frottement) à la fréquence propre $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$.

7. Pour éviter de faire croître l'angle θ , il faut exciter le pendule à des fréquences soit inférieures, soit supérieures à f_0 . On calcule les fréquences limites en résolvant :

$$\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 = 1 \pm \frac{a/L}{\theta_m}$$

A.N. : il faut avoir $f \leq 0,88f_0 \approx 1 \text{ Hz}$ ou $f \geq 1,18f_0 \approx 1,3 \text{ Hz}$: bande passante étroite !

8. Si $x_A(t)$ est quelconque, la trajectoire de B dans le référentiel terrestre n'est plus un arc de cercle de centre A, la force \vec{T} n'est plus perpendiculaire à \vec{v} , son travail n'est plus nul.

- = FIN = -